



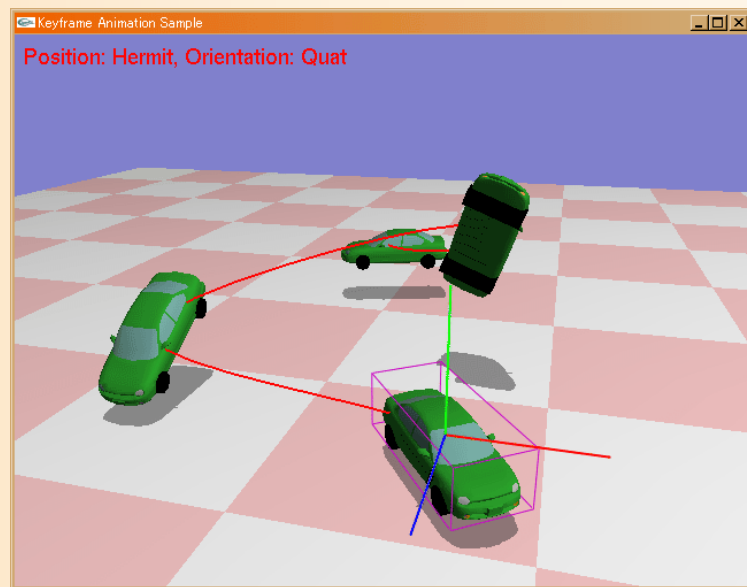
# コンピュータグラフィックス特論Ⅱ

## 第7回 キーフレームアニメーション(2)

九州工業大学 尾下 真樹

# キーフレームアニメーション

- 入力された複数のキーフレーム(時刻・状態の組)からアニメーションを生成
  - 少数のキーフレームの情報から、連続的なアニメーションを生成
  - 前後のキーフレームの状態(位置・向き)を補間して、キーフレーム間の任意時刻の状態を生成
    - 位置や向きの補間の計算が必要となる



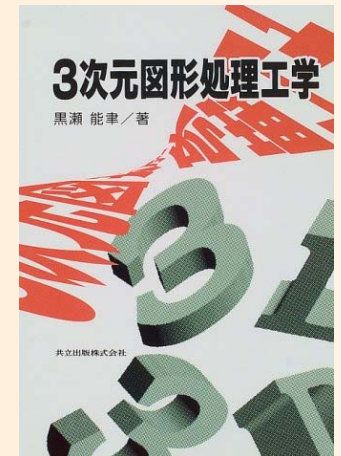
# 今日の内容

- キーフレームアニメーション
  - キーフレームアニメーションの基礎
  - サンプルプログラム
  - 行列・ベクトルを扱うプログラミング
  - 位置補間
    - 線形補間、Hermite曲線、Bézier曲線、B-Spline曲線
  - 向きの補間
    - オイラー角、四元数と球面線形補間
  - アニメーションプログラミング
  - レポート課題



# 参考書

- 「3DCGアニメーション」  
栗原恒弥・安生健一 著、技術評論社、¥2,980  
– アニメーション技術全般を解説
- 3次元図形処理工学  
黒瀬 著、共立出版、¥2,600  
– 曲線・曲面について詳しく説明
- vecmathを理解するための数学  
平鍋 健児 著（四元数の詳しい解説）  
– <http://www.objectclub.jp/download/vecmath1>



# 参考書(続き)

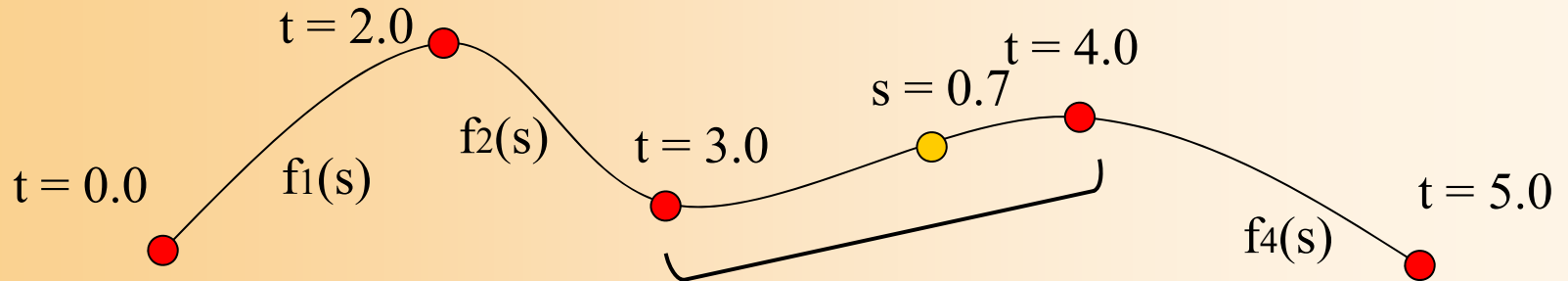
- Computer Graphics Gems JP 2013/2014  
「パラメトリックポーズブレンド」
  - 回転の補間方法についての詳しい解説



# 補間の考え方(確認)

- 補間関数

- 軌道全体を各キーフレーム間の区間に分ける
- 各区間の軌道を何らかの関数により表現
  - 通常は、区間の前後の制御点をもとに、関数を決定
- 全体の時刻から、現在の区間内のローカル時間を計算 (例:  $s = 0.0 \sim 1.0$  の範囲とする)



キーフレーム3と4の間の区間の軌道を表す関数  $f_3(s)$



# 位置・向き of 補間 (確認)

- 位置の補間方法

- 位置の表現方法

- 位置ベクトルによる表現

- 位置の補間方法

- 線形補間、Hermite曲線、Bézier曲線、B-Spline曲線

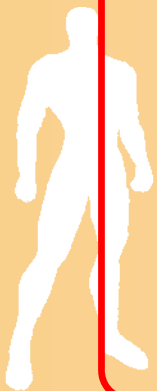
- 向きの補間方法

- 向きの表現方法

- 回転行列、オイラー角、回転軸と回転角度、四元数

- 向きの補間方法

- オイラー角、四元数





# 向きの補間



# 向きの補間

- 向きの表現方法

- 回転行列による表現 ( $3 \times 3$  行列)

- 一般的な表現 (OpenGL等に向きの情報を渡すときには、回転行列で表現する必要がある)
- 補間は難しい

- オイラー角による表現 ( $\Theta_x, \Theta_y, \Theta_z$ )

- 各回転軸ごとに回転角度を補間できる

- 回転軸と回転角度による表現 ( $x, y, z, \Theta$ )

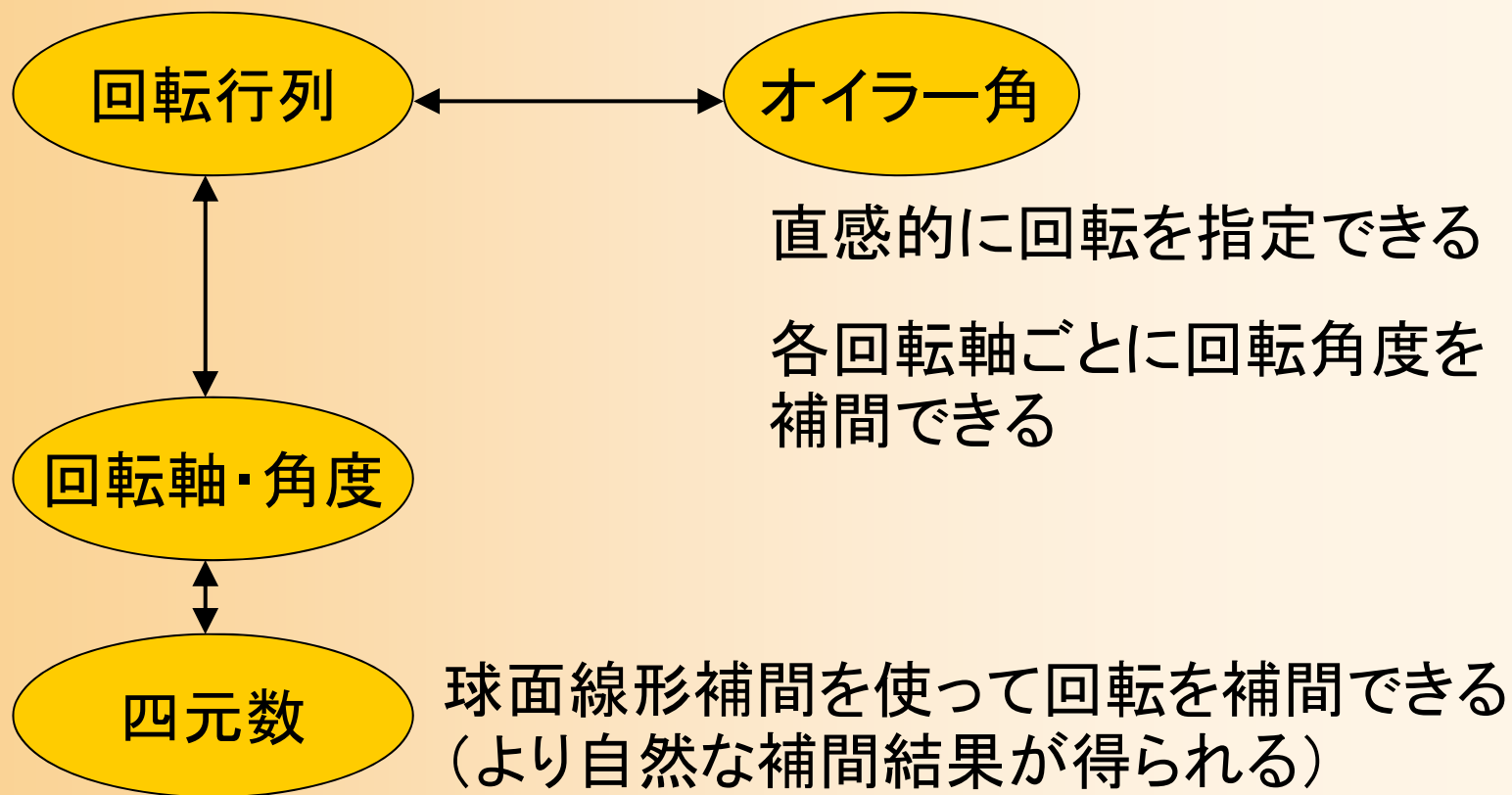
- 四元数による表現 ( $x, y, z, w$ )

- 球面線形補間補間を使って回転全体を補間できる



# 向きの表現方法の相互変換

- 回転行列による表現が基本



# 向きと回転の関係

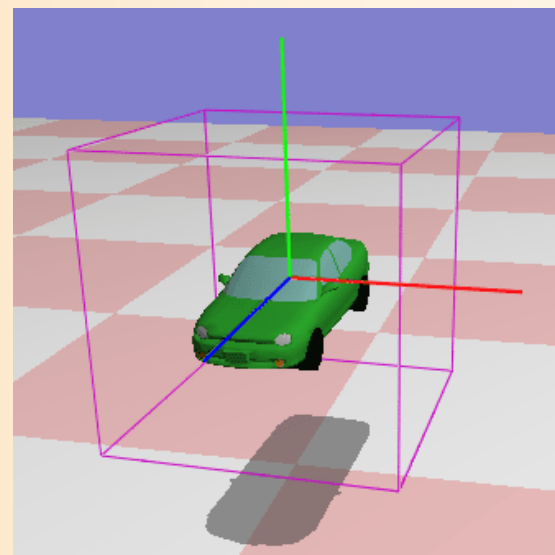
- 向きと回転の違いは何か？
- 向きは回転により表現できる
  - 初期状態から、ある向きへの回転により表現
  - 一つの向きを複数の回転により表せる
    - Y軸周りに 90度回転、-270度回転、450度回転は、全て同じ向きになる
    - 表現を一通りにするためには、何らかの制約が必要
- 回転は向きでは表せない
  - 180度を超える回転は、向きでは表せない



# 回転行列による表現

- 変換行列(3×3行列)による表現
  - 各列が、xyz軸を回転したときの回転後の座標系の向きを表す
  - 各列の長さは1で、互いに直交する必要がある
  - 向きが一意に決まる
    - 一つの向きの表現方法は、一通りしかない

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} x_x & y_x & z_x \\ x_y & y_y & z_y \\ x_z & y_z & z_z \end{pmatrix}$$



# 回転行列の補間

- そのまま補間することは難しい
  - $3 \times 3$ 行列の各要素を別々に補間しても、各列に関する制約が満たされない

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} x_x & y_x & z_x \\ x_y & y_y & z_y \\ x_z & y_z & z_z \end{pmatrix}$$



# オイラー角による表現

- 各軸周りの回転角度 ( $\Theta$ ) により向きを表現
  - 回転行列の積によって全体の向きを計算

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= R_z(\theta_2) \cdot R_x(\theta_1) \cdot R_y(\theta_0) \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ 0 & \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_0 & 0 & \sin \theta_0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_0 & 0 & \cos \theta_0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- ※ 回転行列の適用順序によって向きが変わる
  - 適切な順序をあらかじめ決めておく必要がある
  - 方位角 (y軸周りの回転) → 仰角 (x軸周りの回転) → 回転角 (z軸周りの回転) がよく使われる



# 回転行列からオイラー角への変換

- オイラー角表現での、回転軸の適用順序によって異なる
- 前スライドの行列 ( $\Theta_0 \sim \Theta_2$ の式) と、回転行列の各要素 ( $3 \times 3$ ) の連立方程式より計算
- そのままでは複数の解が存在してしまうので、回転角度の範囲に関する仮定を置く必要がある
  - 例: 仰角は  $-90$ 度  $\sim$   $90$ 度の範囲 など



# 回転行列からオイラー角への変換

- 例：方位角 → 仰角 → 回転角 の場合

- 仰角は  $-90$ 度 $\sim 90$ 度の範囲と仮定

- Z軸の x座標・z座標から、方位角を計算

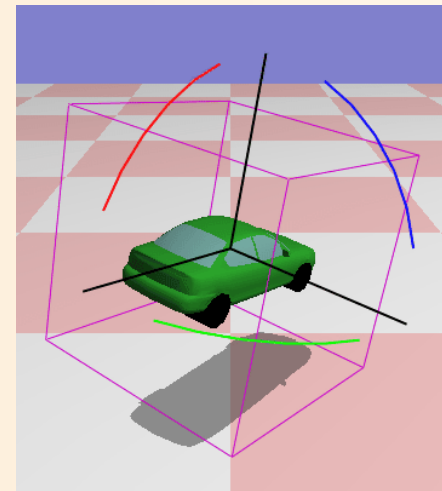
$$\theta_{\text{yaw}} = \tan^{-1} \frac{Z_x}{Z_z} \quad \text{or} \quad \tan^{-1} \frac{Z_x}{Z_z} + \pi (Z_x < 0)$$

- Z軸の y座標・xz座標から、仰角

$$\theta_{\text{pitch}} = \tan^{-1} \frac{\cos \theta_{\text{yaw}} Z_y}{Z_z} \quad \left( \text{or} \tan^{-1} \frac{Z_y}{\sqrt{Z_x \cdot Z_x + Z_z \cdot Z_z}} \right)$$

- Y軸の回転から、回転角を計算

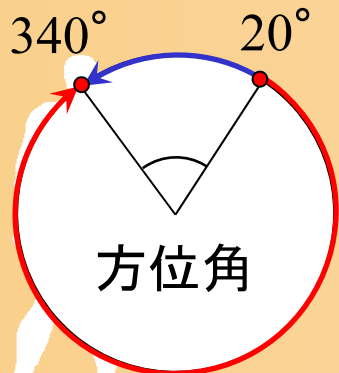
$$\theta_{\text{roll}} = \tan^{-1} \frac{\cos \theta_{\text{pitch}} (\sin \theta_{\text{yaw}} Y_z - \cos \theta_{\text{yaw}} Y_x)}{Y_y}$$





# オイラー角の補間

- 各回転角度 ( $\Theta_0 \sim \Theta_2$ ) を独立に補間
  - 位置の補間方法と同じ方法がそのまま適用可能
  - 方位角の補間には、注意が必要
    - 仰角は  $-90 \sim 90$  度の間、回転角は  $-180 \sim 180$  度の間で変化すると仮定できる (これらの範囲を超えない)
    - 方位角は、 $0 \sim 360$  度 (or  $-180 \sim 180$  度など) の間で変化するが、範囲の境界は連続している
      - 例:  $20$  度  $\rightarrow$   $340$  度に変化するときには、 $+320$  度ではなく、 $-40$  度の変化するべき
      - 2つの向き之差が  $180$  度以下になるように変換してから補間
      - 例:  $20$  度  $\rightarrow$   $380$  度に変換してから、 $380$  度と  $340$  度の間を補間



# オイラー角の補間の問題

- 2つの方向の間が正確に補間されない
  - オイラー角による表現では、前の回転軸周りの回転により、次の回転軸が回転して影響を受けるため
    - 四元数による表現を使うことで、問題を解決できる



# プログラム例(1)

## • オイラー角による向きへの補間の処理の流れ

```
// 区間の両端点の向きを取得  
const Matrix3f & o0 = keyframes[ seg_no ].ori;  
const Matrix3f & o1 = keyframes[ seg_no + 1 ].ori;
```

```
// オイラー角表現に変換求める位置を格納する変数
```

```
float y0, p0, r0;
```

```
float y1, p1, r1;
```

```
ConvMatToEular( o0, y0, p0, r0 );
```

```
ConvMatToEular( o1, y1, p1, r1 );
```

方位角 (y0, y1)、仰角 (p0, p1)、回転角 (r0, r1)

回転行列からオイラー角表現への変換  
前のスライドの計算を実装した関数

```
...
```

```
// 回転行列からオイラー角への変換 (yaw → pitch → roll の順の場合)
```

```
void ConvMatToEular( const Matrix3f & m, float & yaw, float & pitch, float & roll )
```

```
{
```

```
...
```

# プログラム例(2)

## オイラー角による向き補間の処理の流れ

```
// 各回転角度を線形補間
```

```
float y, p, r;
```

```
if ( y0 < y1 - M_PI )
```

```
    y0 += 2.0f * M_PI;
```

```
else if ( y0 > y1 + M_PI )
```

```
    y0 -= 2.0f * M_PI;
```

```
y = ( y1 - y0 ) * t + y0;
```

```
p = ( p1 - p0 ) * t + p0;
```

```
r = ( r1 - r0 ) * t + r0;
```

```
// 行列表現に変換して出力
```

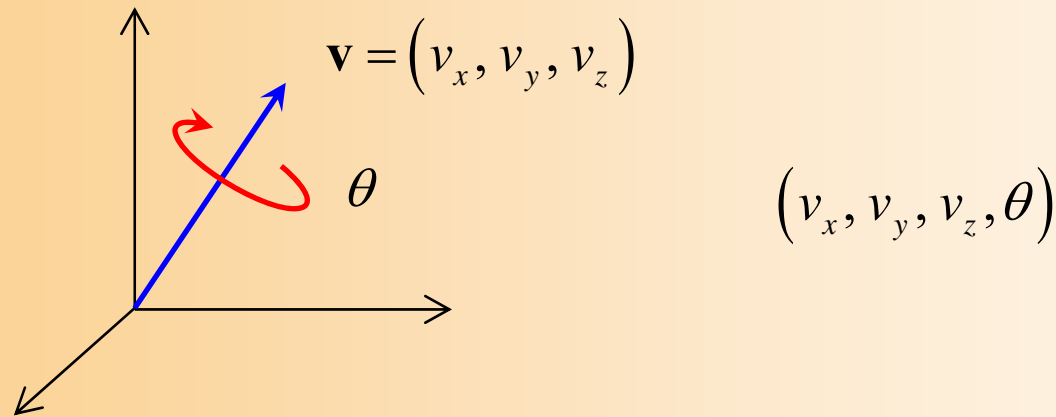
```
...
```

方位角の差が $-180 \sim 180$ 度になるように変換  
前のスライドの式を記述  
(単位はラジアン、M\_PIは $\pi$ )

線形に補間

# 四元数による表現

- 回転軸と回転角度による向きの表現



- 単位四元数  $\left( v_x \cdot \sin \frac{\theta}{2}, v_y \cdot \sin \frac{\theta}{2}, v_z \cdot \sin \frac{\theta}{2}, \cos \frac{\theta}{2} \right)$

- 単位四元数を使うメリット

– 球面線形補間という、2つの向きの間を最短距離で補間する計算方法が使えるようになる



# 四元数

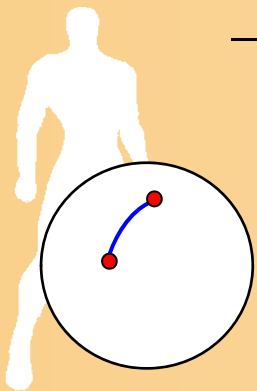
- 四元数 (Quaternion、クオータニオン)
  - 数学的には虚数を4次元に拡張したような概念

$$\mathbf{q} = (x, y, z, w) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} + w = ((x, y, z), w)$$

- 和、差、スカラー倍、共役などの各種演算が定義できる

- 向きを表す四元数は、単位四元数となる

- 長さが1  $|\mathbf{q}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + w^2} = 1$
- 4次元空間での半径1の球面上の点として表せる → 球面上の最短経路上の点から向き補間を計算できる



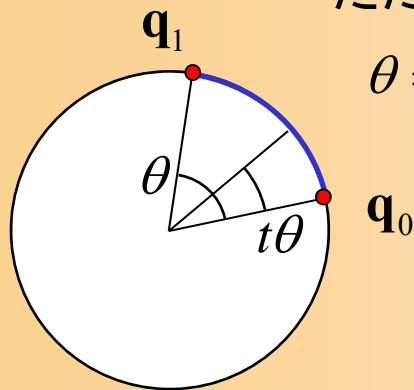
# 単位四元数の補間

- 球面線形補間  
(SLERP: **S**pherical **L**inear **I**nterpolation)
  - 四元数により表された2つの向きを補間

$$\mathbf{q} = \frac{\sin(1-t)\theta}{\sin\theta} \mathbf{q}_0 + \frac{\sin t\theta}{\sin\theta} \mathbf{q}_1$$

ただし、

$$\theta = \angle \mathbf{q}_0 \mathbf{q}_1 = \cos^{-1}(\mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{q}_1) = \cos^{-1}(x_0 x_1 + y_0 y_1 + z_0 z_1 + \theta_0 \theta_1)$$

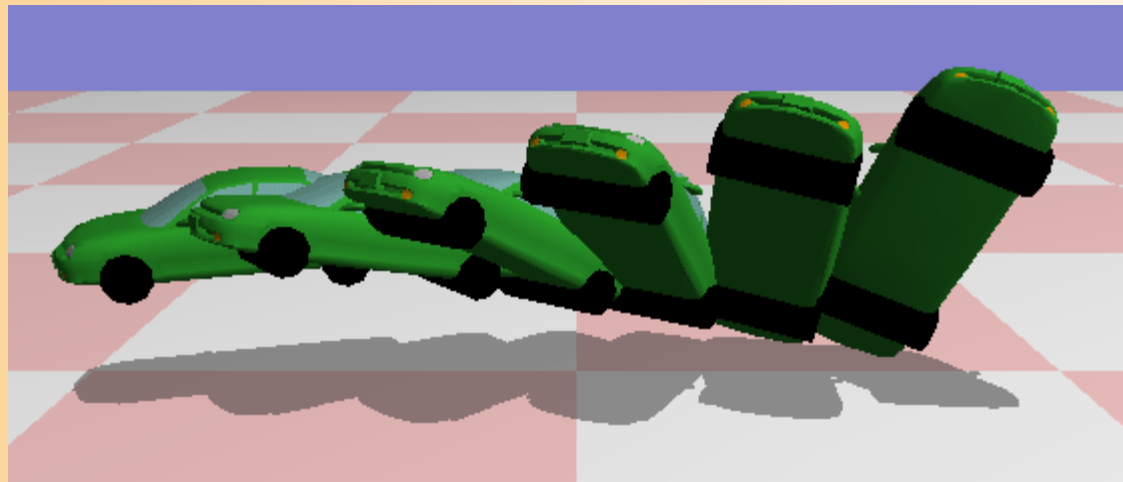


# オイラー角による補間との比較

オイラー角



四元数





# 四元数と回転行列の間の変換

- 四元数から回転行列への変換
  - 任意ベクトル周りの回転行列に相当

If the scalar part has value  $w$ , and the vector part values  $x$ ,  $y$ , and  $z$ , the corresponding matrix can be worked out to be

$$M = \begin{bmatrix} 1-2y^2-2z^2 & 2xy+2wz & 2xz-2wy \\ 2xy-2wz & 1-2x^2-2z^2 & 2yz+2wx \\ 2xz+2wy & 2yz-2wx & 1-2x^2-2y^2 \end{bmatrix}$$

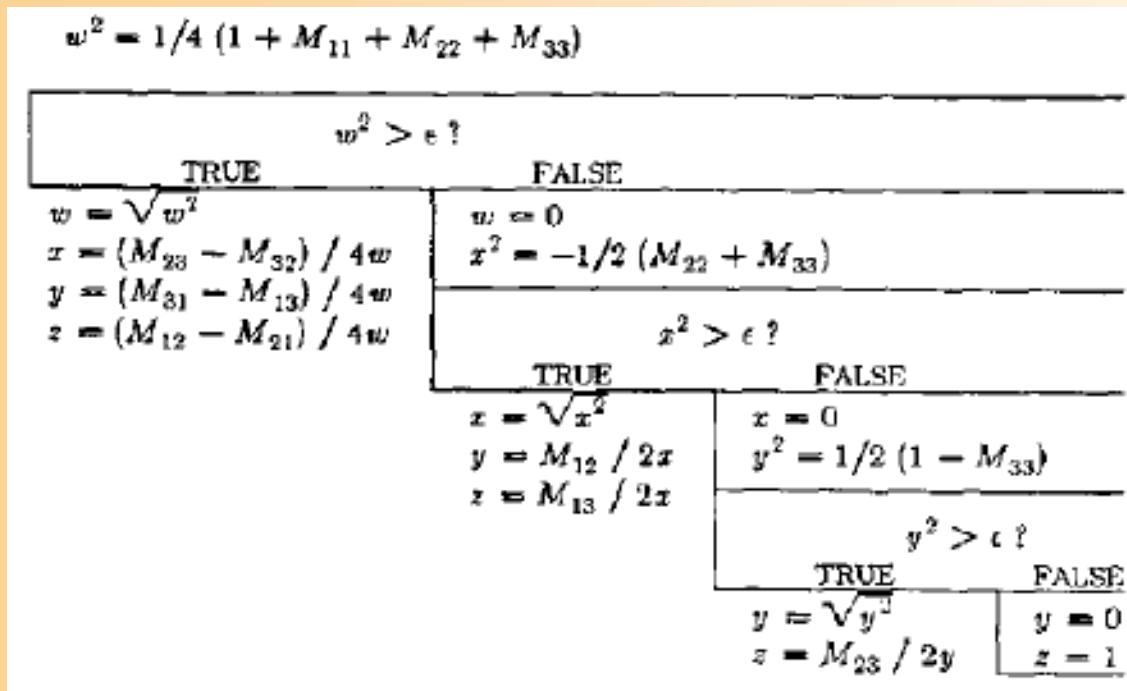
when the magnitude  $w^2+x^2+y^2+z^2$  equals 1. The

Ken Shoemake, “Animating Rotation with Quaternion Curves”,  
Proc. of SIGGRAPH ‘85, pp. 245-254, 1985. より



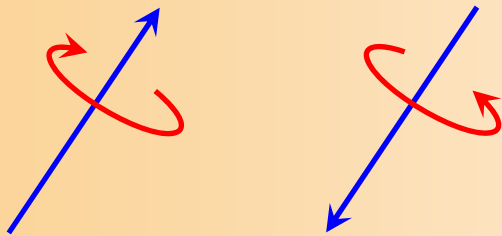
# 四元数と回転行列の間の変換

- 回転行列から四元数への変換
  - 回転行列の対角成分が回転角度を表す
  - ゼロ割を防ぐための特例を追加する必要がある

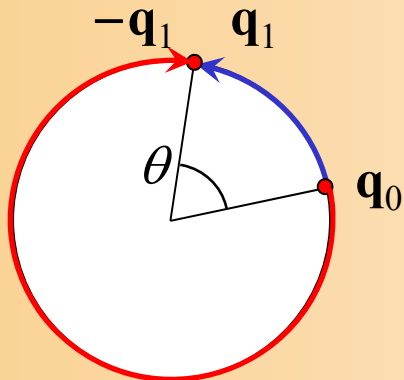


# 単位四元数の補間の注意

- 1つの向きの変換法には2通りある
  - $(x, y, z, w)$  と  $(-x, -y, -z, -w)$  の共役解



- 向きの間を補間する際は、通常、角度が小さくなる方の共役解を使用する



# プログラム例(1)

- 四元数による向き of 補間の処理の流れ

```
// 区間の両端点の向きを取得
const Matrix3f & o0 = keyframes[ seg_no ].ori;
const Matrix3f & o1 = keyframes[ seg_no + 1 ].ori;

// 行列による向き of 表現を四元数による表現に変換
Quat4f q, q0, q1;
q0.set( o0 );  q1.set( o1 );

// 2つの四元数の間の角度が90度以上あれば、共役の四元数を使用
if ( q0.x * q1.x + q0.y * q1.y + q0.z * q1.z + q0.w * q1.w < 0 )
    q1.negate( q1 );

// 四元数を使って大円補間
...

// 計算後の四元数を行列表現に変換
```

球面線形補間(前のスライドの式)を自分で計算 or  
vecmath の Quat4 クラスのメソッド  
(interpolate()) を使って計算

# 向きの表現方法のまとめ

- 向きの表現方法

- 回転行列による表現 ( $3 \times 3$ 行列)

- 基本的な表現方法
- 補間は難しい

- オイラー角による表現 ( $\Theta_x, \Theta_y, \Theta_z$ )

- 人間にとって記述がしやすい
- 各回転角度を補間

- 回転軸と回転角度による表現 ( $x, y, z, \Theta$ )

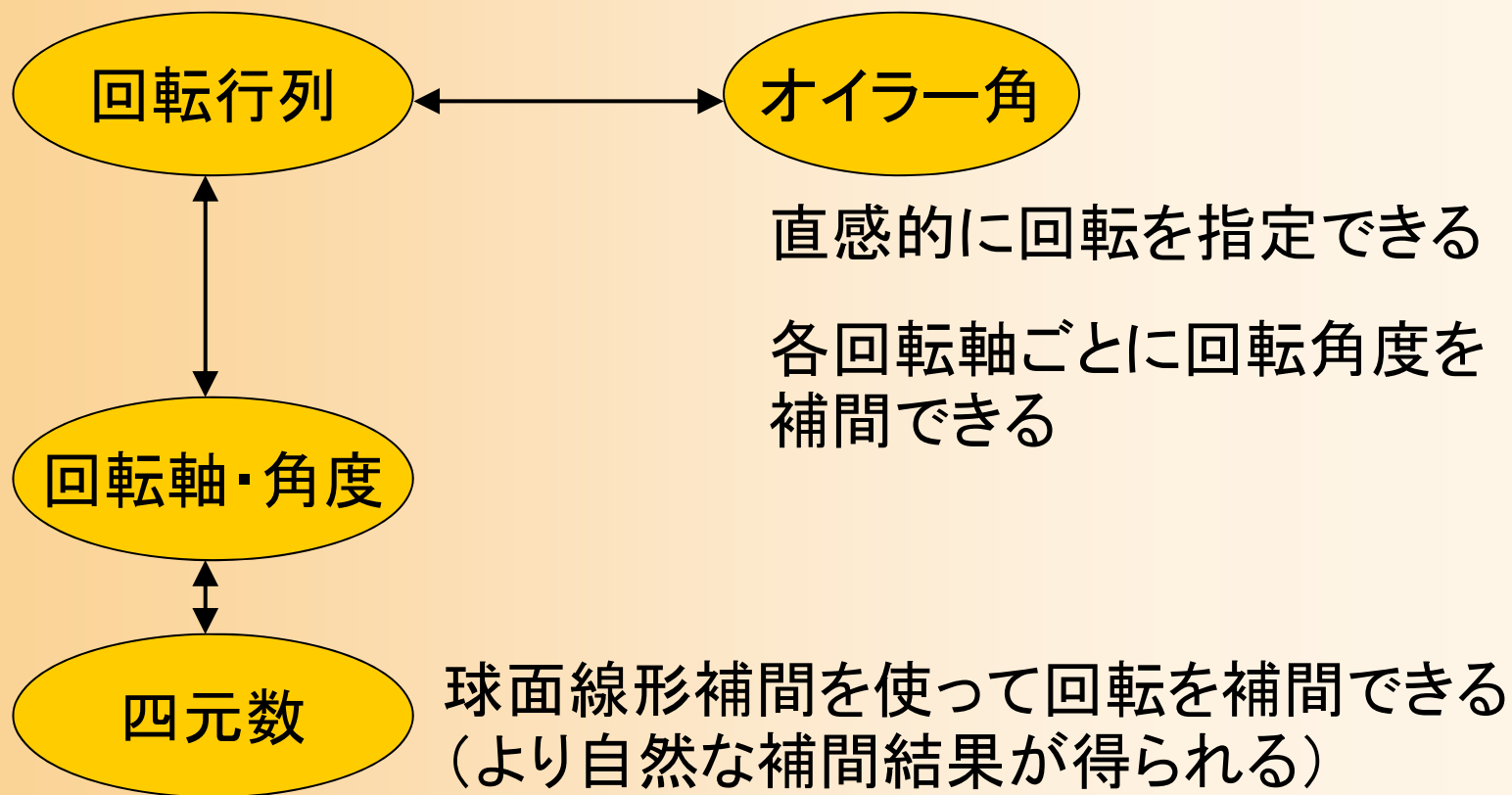
- 四元数による表現 ( $x, y, z, w$ )

- 球面線形補間による補間が使える



# 向きの表現方法の相互変換

- 回転行列による表現が基本



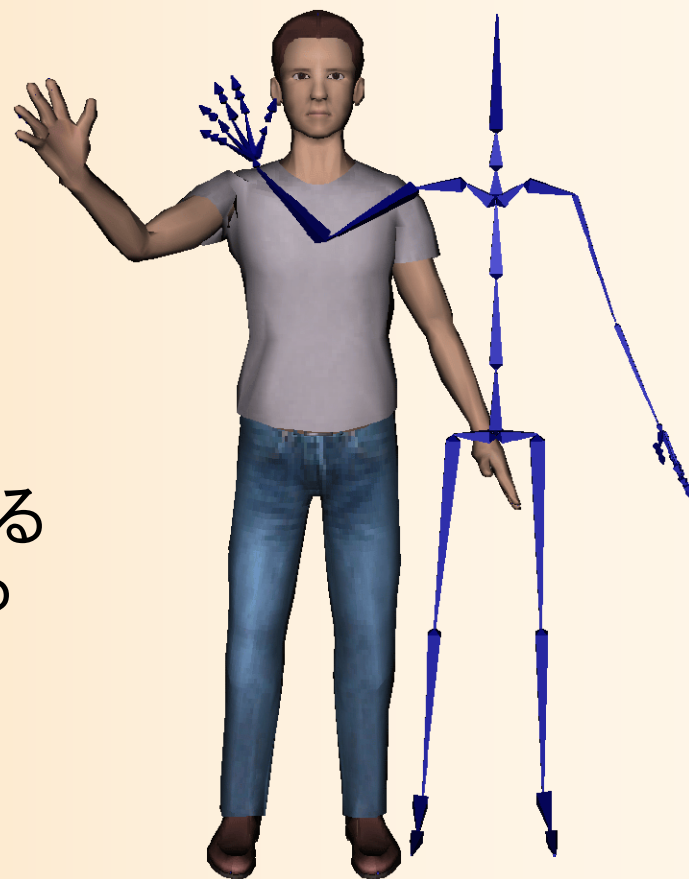
# 向きの表現方法の決定

- 自分のプログラムでどのような表現方法を用いるか？
  - どちらにしても、描画のため、最後は回転行列の形にする必要がある
  - 方法1:オイラー角のみで扱い、最後だけ回転行列に変換
  - 方法2:回転行列として扱い、必要に応じて四元数やオイラー角に変換
  - 視点操作の回の、回転行列を使う方法とパラメタ表現(オイラー角)を使う方法の使い分けと同じ



# キャラクター・アニメーション

- 人体を多関節体として扱い、各関節の回転によって姿勢を表現する
  - 関節の回転の表現方法
    - 昔はオイラー角が一般的に使われていた
      - キーフレームアニメーションを行ったときに関節の回転が不自然になる
    - 最近は回転行列・四元数による表現が一般的に使われている
  - 基準部位(腰)の位置も必要
  - 詳細は、後日の講義で説明





# 補足：複数の回転の補間

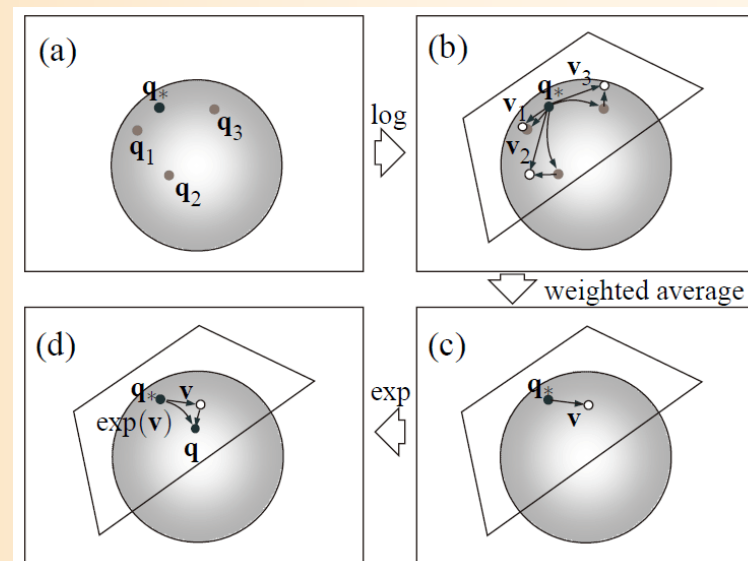
- 用途によっては、3つ以上の回転を補間する必要がある
  - 動作補間により、複数の動作データを混合して新しい動作を生成する場合など
- 四元数を使った補間では、2つの回転の補間しかできない
- 対数ベクトル表現を使うことで複数の回転の補間が可能



# 対数ベクトル表現による補間

- 四元数を対数ベクトル表現に変換
- 対数ベクトルの線形補間により、複数の回転を補間できる

- 単純に補間すると誤差が大きくなる
- 平均回転  $q^*$  を求めて、それと各回転の差分ベクトルを補間

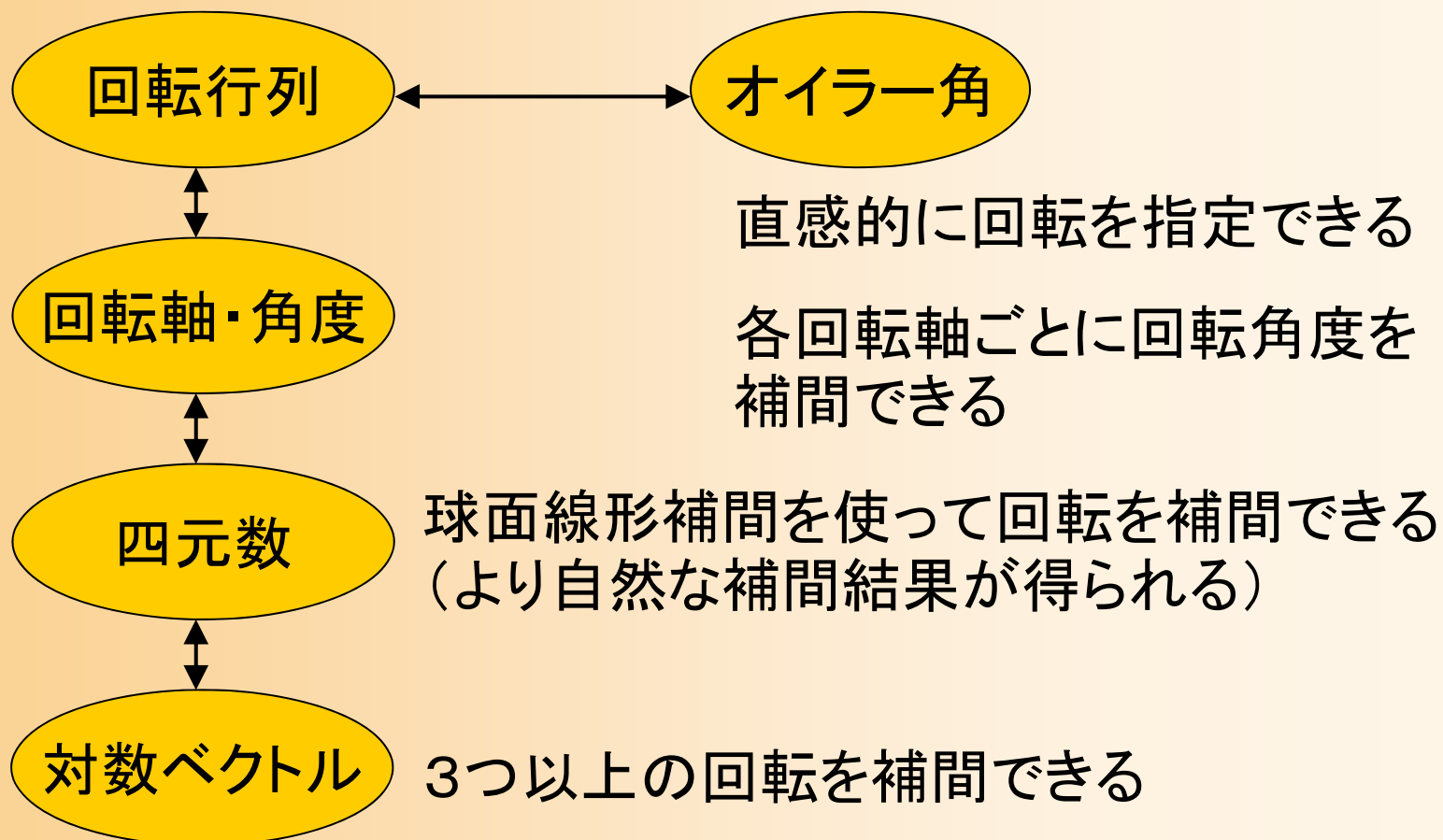


Sang Il Park, Hyun Joon Shin, Sung Yong Shin, "On-line locomotion generation based on motion blending", ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation 2002, pp. 105-111, 2002.



# 向きの表現方法の相互変換

- 回転行列による表現が基本

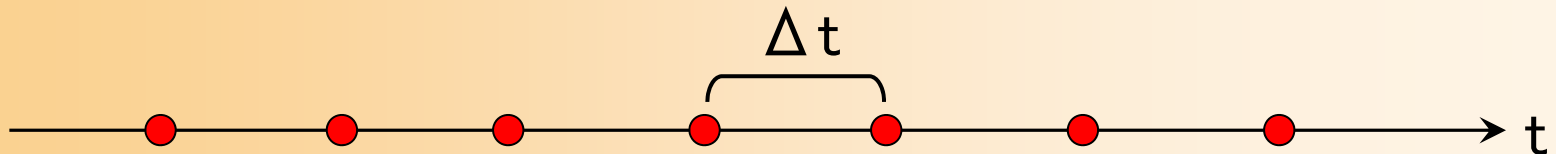




# アニメーションプログラミング

# アニメーションプログラミング

- アニメーション速度を一定に保つための工夫
  - アイドル処理が呼ばれる毎に一定時間アニメーションを進めるような単純なプログラムでは、コンピュータの性能や画面サイズなどにより、実行速度が大きく変わってしまう
  - アニメーション処理(アイドル処理)が一定周期で実行されるかどうか、保証はない
  - 描画速度に合わせて、アニメーション速度を自動的に調節するような工夫が必要



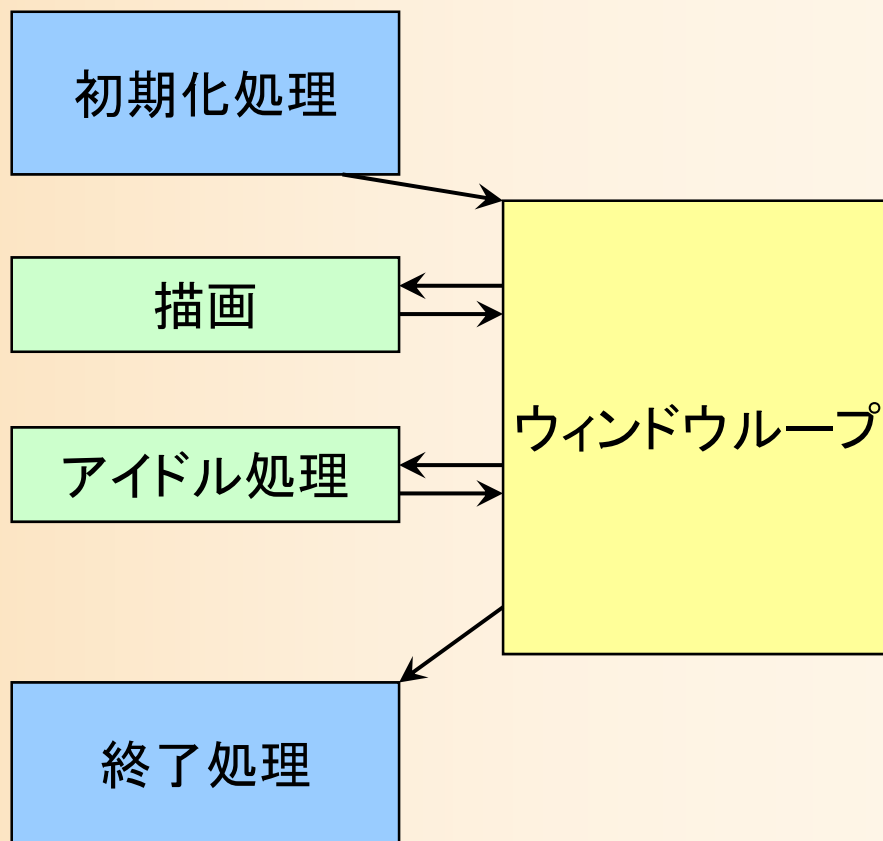
# GLUTのイベントモデル(復習)

## • イベントドリブン

- 描画処理やアイドル処理を設定しておくことで、必要なときにそれらが呼ばれる
- アイドル処理は、定期的に呼ばれる
  - アニメーション処理をここに記述
  - どれくらいの頻度で呼ばれるかは不明

ユーザ・プログラム

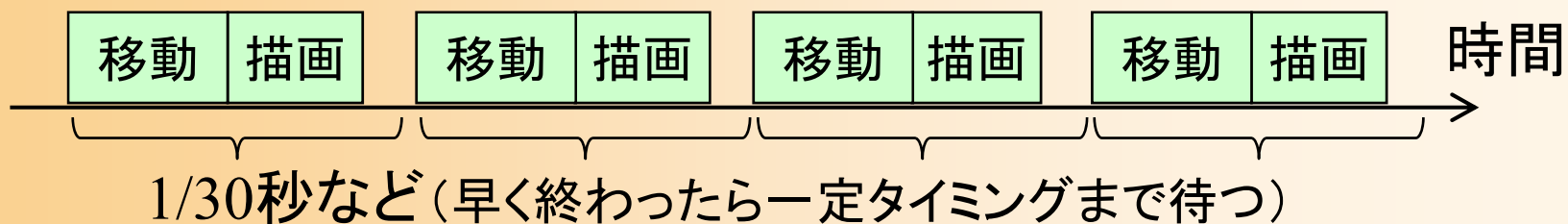
GLUT



# アニメーションの処理

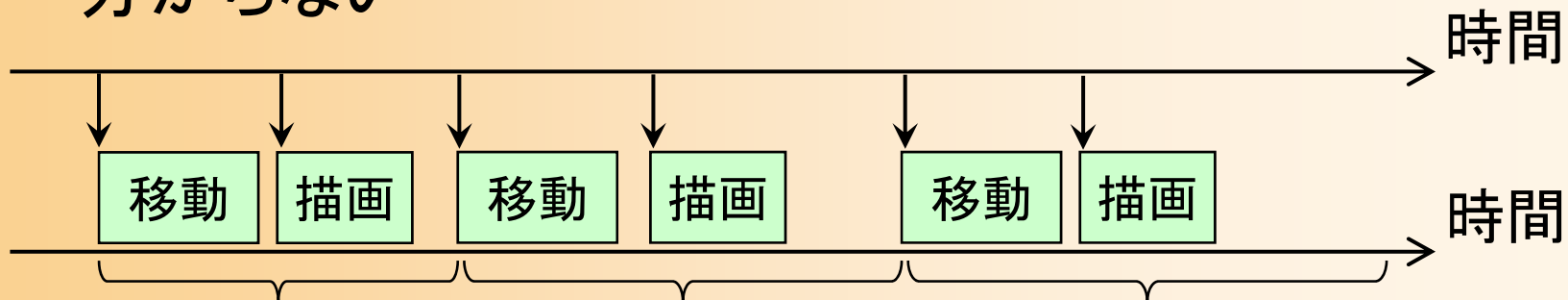
- 非マルチプロセス環境 (ゲーム機など)

- 常に一定のタイミングで処理ができる



- マルチプロセス環境 (Windows, Java など)

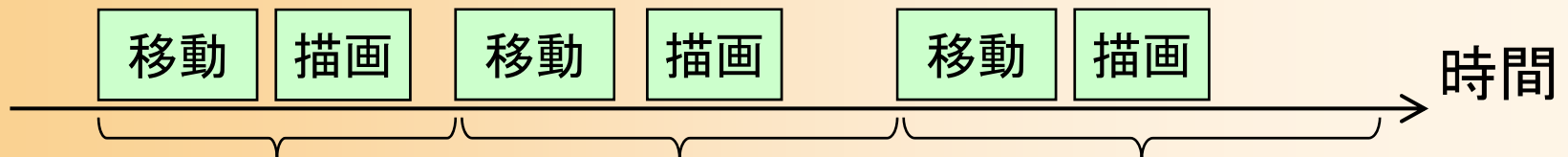
- どのようなタイミング・頻度で処理が呼ばれるか分からない



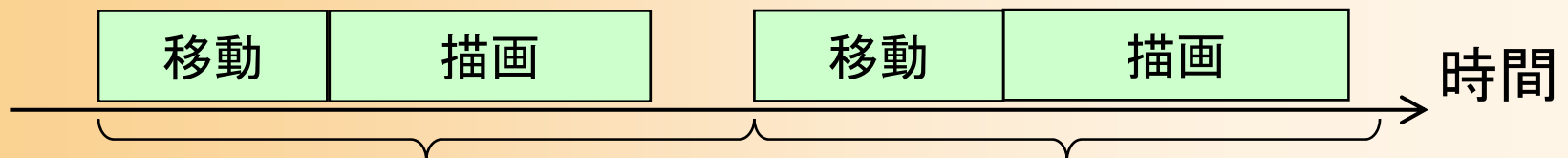
# 再生速度の問題

- 1度の移動処理の度に一定量移動を行う、というプログラムになっていると…
  - 移動処理が呼び出される頻度によって、移動速度が異なってしまう

実行回数が多いので、結果的に沢山移動



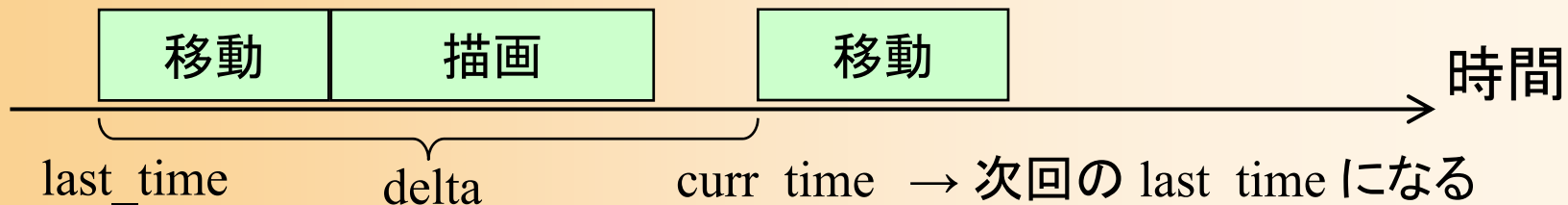
実行回数が少ないので、結果的に少しだけ移動





# 再生速度を一定にする工夫

- アイドル関数(移動処理)での移動量を調整
  - 現在の時刻を取得 → `curr_time`
  - 前回呼ばれたときとの時間の差を計算  
`delta = curr_time - last_time;`
  - `delta` の大きさに合わせて、物体を動かす
  - 今回の時刻を記録  
`last_time = curr_time;`
  - `last_time` は、静的である必要がある



# 時刻の取得

- C標準関数

- `time()` 秒単位の精度でしか取得できない

- Windows API 関数

- `timeGetTime()` OS起動時からの時刻をミリ秒で返す

- OSによっては、精度が悪い(10ミリ秒程度)ので、`timeBeginPeriod()` で調整

- Java

- `java.lang.System.currentTimeMillis()`



# まとめ

- キーフレームアニメーション
  - キーフレームアニメーションの基礎
  - サンプルプログラム
  - 行列・ベクトルを扱うプログラミング
  - 位置補間
    - 線形補間、Hermite曲線、Bézier曲線、B-Spline曲線
  - 向きの補間
    - オイラー角、四元数と球面線形補間
  - アニメーションプログラミング
  - レポート課題



# レポート課題

- 位置・向き補間を実現するプログラムを作成
  1. Hermite曲線による位置補間
  2. Bézier曲線による位置補間
  3. B-Spline曲線による位置補間
  4. 四元数と球面線形補間による向き補間
  - サンプルプログラム (keyframe\_sample.cpp) をもとに作成したプログラムを提出
    - 他の変更なしのソースファイルやデータは、提出する必要はない
  - Moodleの本講義のコースから提出
  - 締切: 5月8日(月) 18:00(厳守)



# レポート課題 提出方法

Moodleから、以下の2つのファイルを提出

- 作成したプログラム(テキスト形式)
  - keyframe\_sample.cpp
- 変更箇所のみを抜き出したレポート(PDF)
  - Moodle に公開している LaTeX のテンプレートをもとに、作成する
    - 前回のレポートと同様



# 次回予告

- 物理シミュレーション
  - 物理シミュレーションの種類
  - 剛体の物理シミュレーション
    - 運動方程式
    - 回転運動と慣性モーメント
    - シミュレーションの手順
  - 衝突と接触の扱い
  - 多関節体・変形する物体のシミュレーション

